U odlučivanju postoje subjekti i grupe čije su aktivnosti relevantne, a ponekad i presudne za naše odluke

Naše odluke imaju povratni utjecaj na odluke istih subjekata

Konačni rezultat koji se postiže predstavlja proizvod brojnih individualnih odluka i njihovih interakcija

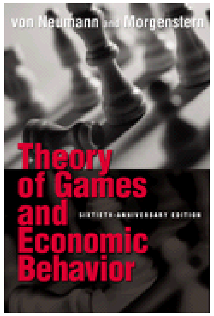
Definicija

Teorija igara predstavlja matematičku teoriju koja se bavi racionalnim odlučivanjem u konfliktnim ili djelomično konfliktnim uvjetima, kada međusobna uvjetovanost akcija dva ili više sudionika determinira sve individualne rezultate

Igra:

Konfliktna situacija između dvoje ili više subjekata gdje svaki natjecatelj (igrač) ima djelomičnu, ali ne i kompletnu kontrolu nad ishodom konflikta

Razvoj



Osnovne principe teorije razvio je John von Neumann 1928. godine - matematičko-ekonomske discipline koja modelira situacije natjecanja i suradnje različitih pojedinaca,

Nastanak teorije vezuje se uz knjigu "Theory of Games and Economic Behavior" John von Neumanna i Oscara Morgensterna iz 1944. godine

Prvu primjenu teorija je našla početkom 50-tih godina u analizama vojnih strategija i ratova

Model igre

Model igre – prikazuje suštinu konflikta – primjer šaha

Šah je igra s dva <u>igrača</u> koja naizmjenično povlače <u>poteze</u> po točno određenim <u>pravilima</u>. Pravila precizno određuju i kraj igre i <u>rezultate</u> koji se ostvaruju nakon <u>konačnog broja poteza</u>.

Vrste igara

Igre po broju igrača

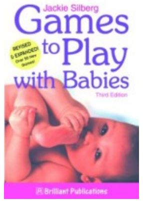
- Igre s 2 igrača
- Igre s n igrača

Igre s obzirom na broj poteza

- Jedan potez
- Veći broj naizmjeničnih poteza
- Beskonačan broj poteza

Igre u zavisnosti o konačnom rezultatu

- Igre s nultom sumom
- Igre s promjenjivom sumom



Igre s nultom sumom – sudionici imaju strogo konfliktne interese. Dobitak jednog igrača znači gubitak drugoga.

Igre s promjenjivom sumom - interesi igrača djelomično su konfliktni, a djelomično suglasni. Igrači usklađuju svoje interese da bi povećali "kolač", a konflikt nastaje u trenutku njegove diobe.

Igre u zavisnosti o tomu da li igrači među sobom komuniciraju i dogovaraju se ili ne

- Kooperativne igre
- Nekooperativne igre

Igre na sreću – na rezultat djelomično utječu i slučajni faktori (kartaške igre)

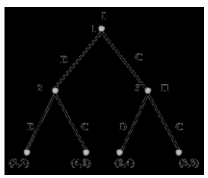
Igre po rigoroznosti pravila koje igrači poštuju

Igre po simetričnosti informacija igrača

Načini prikazivanja igre

Svaku igru možemo prikazati na dva načina

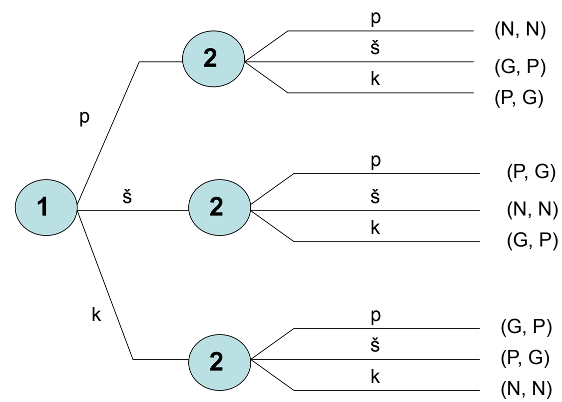
Grafički – ekstenzivna forma – primjena stabla igre



Tabelarno, matricom igre – normalna forma

		B	
		Left	Right
A	Up	10,2	6,1
	Down	2,10	5,12

Ekstenzivna forma igre



Početni čvor – prvi igrač povlači potez
Drugi čvor – drugi igrač povlači potez
Na krajevima grane su rezultati igre

- **Potezi igrača ne slijede kronološki nego su istovremeni (ili sukcesivni bez prethodnog znanja o izboru prethodnika)**
- **Strategija – svaki mogući sukcesivni niz poteza koje igrač može odigrati kao odgovor na poteze svog protivnika**
- **Ponekad nije moguće igru pokazati u ekstenzivnoj formi**

Redovi predstavljaju raspoložive strategije prvog igrača, a kolone prikazuju strategije drugog igrača

Strategija igrača 1	Strategije igrača 2		
	papir	škare	kamen
papir	(N, N)	(G, P)	(P, G)
škare	(P, G)	(N, N)	(G, P)
kamen	(G, P)	(P, G)	(N, N)

Redovi predstavljaju različite poteze (strategije) prvog igrača

Strategija prvog igrača – R_i, i=1,2,3, …, n

Stupci predstavljaju poteze drugog igrača

Strategije drugog igrača – S_j, j=1,2,3, …, m

⇒ n=/m

U presjecima su dani rezultati igre za danu kombinaciju strategija

⇒ Strategije (R_i-S_j) odgovara rezultat (x_{ij}, y_{ij})

⇒ X_{ij} – ishod igrača R

⇒ Y_{ij} – ishod igrača S

Rezultate prikazujemo u vidu kardinalne korisnosti $u_{ij}^R=u_r\ (x_{ij}, y_{ij})$; $u_{ij}^K=u_k\ (x_{ij}, y_{ij})$

⇒ Polazeći od precizno definirane igre između savršenih igrača (ravnopravnih i racionalnih) cilj teorije igara je odrediti njen rezultat

Strategija igrača 1 (R)	Strategije igrača 2 (S)					
	S_1	S_2		S_3		Sn
R_1	(u_{11}^R, u_{11}^S)	(u_{12}^R, u_{12}^S)	…	(u_{1j}^R, u_{1j}^S)	…	(u_{1n}^R, u_{1n}^S)
…	…	…	…	…	…	…
Ri	(u_{i1}^R, u_{i1}^S)	(u_{i2}^R, u_{i2}^S)	…	(u_{ij}^R, u_{ij}^S)	…	(u_{in}^R, u_{in}^S)
…	…	…	…	…	…	…
Rm	(u_{m1}^R, u_{m1}^S)	(u_{m2}^R, u_{m2}^S)	…	(u_{mj}^R, u_{mj}^S)	…	(u_{mn}^R, u_{mn}^S)

Pretpostavke o igračima

Igrači su <u>savršeno racionalni</u> – nastoje postići čim bolji rezultat po vlastitim kriterijima

Igrači se smatraju <u>ravnopravnim protivnicima</u> – nema intelektualne, iskustvene i druge razlike između igrača

Igrači <u>prikazuju igru na istovjetan način</u> – raspolaže potpunim informacijama o mogućim strategijama i rezultatima koje svatko od njih ostvaruje

Igrači se <u>pri izboru rukovode principom maksimizacije osobne korisnosti</u> imajući u vidu poteze protivnika

Igre dva igrača s nultom sumom

Interesi igrača su strogo konfliktni => u_1-u_2=0

Mogući rezultati igre su prikazani pobjedom jednog od igrača, odnosno neodlučenim rezultatom

Pozitivne vrijednosti u matrici predstavljaju dobitke za R i gubitke za S, a negativne vrijednosti gubitke za R, a dobitke za S

Jedan igrač će izborom strategije maksimirati a drugi igrač minimizirati vrijednost ishoda

Metoda dominacije ili metoda isključenja dominantnih strategija

Igra sadrži dobitke i gubitke za igrače R i S

Uspoređujemo vektore vrijednosti za igrača R i igrača S

Primjećujemo da su neke strategije bolje od drugih, odnosno da nam donose bolje ili najmanje jednako dobre rezultate za sve poteze drugog igrača

	S_1	S_2	S_3	S_4
R_1	0	-5	2	-3
R_2	-5	-1	3	-4
R_3	2	0	3	-3
R_4	5	-4	2	-3

Usporedbom strategija R_1 i R_4 vidimo da je R_4 dominanta strategija pa ćemo R_1 isključiti kao dominiranu strategiju

	S_1	S_2	S_3	S_4
R_1	0	-5	2	-3
R_2	-5	-1	3	-4
R_3	2	0	3	-3
R_4	5	-4	2	-3

Eliminiramo i strategije R_2 (od R_3), te S_3 (od S_4) za drugog igrača

	S_1	S_2	S_3	S_4
R_2	-5	-1	3	-4
R_3	2	0	3	-3
R_4	5	-4	2	-3

Provjeravamo postoje li dominante strategije u novom krugu igre – igrač isključuje S_1 (od S_4)

	S_1	S_2	S_4
R_3	2	0	-3
R_4	5	-4	-3

Provjeravamo postoje li dominante strategije u novom krugu igre – igrač R isključuje R_4, te igrač S odabire S_4

	S_2	S_4
R_3	0	-3
R_4	-4	-3

Par strategija koje ćemo odabrati je (R_3, S_4), a rezultat igre (-3,3)

	S_4
R_3	-3

Igra je riješena metodom sukcesivne eliminacije prevladivih strategija

Metodom dominacije ne možemo riješiti sve igre – ponekad nema dominantnih i dominiranih strategijama

	S_1	S_2
R_1	-70	120
R_2	24	22

Možemo upotrijebiti neki od prethodno definiranih metoda izbora u uvjetima neizvjesnosti

Primjenom neosnovanog optimizma i izražena naivnost u prikazu igri ignorira potencijalne poteze drugog igrača

Racionalno strateško odlučivanje zahtijeva određenu dozu obazrivosti i konzervatizma – koristimo waldovu matricu izbora

Maksimin metoda izbora – na svaku našu strategiju drugi igrač će uzvratiti najjačim potezom

Tražimo najmanji (siguran) dobitak koji možemo ostvariti primjenom raspoloživih strategija – taj ishod nazivamo nivoom sigurnosti

	S_1	S_2	S_3	S_4	$\max_i(\min_j u_{ij})$
R_1	1	4	7	10	1
R_2	2	5	5	8	2
R_3	20	3	0	0	0
R_4	9	6	10	7	<u>6</u>
$\min_j(\max_i u_{ij})$	20	<u>6</u>	10	10	

Par R_4, S_2 nazivamo ravnotežnim parom strategija, a njihov rezultat, stanjem ravnoteže, ekvilibrijem ili sedlastom točkom

Ravnotežni par strategija je onaj u kojemu ni jedan igrač ne želi samoinicijativno promijeniti strategiju

Mješovite strategija

Ne možemo sve igre riješiti primjenom objašnjenih metoda

Pojam strategije od postojećih čistih proširujemo i na takozvane mješovite strategije

Razlike čistih i mješovitih strategija

- Čistu strategiju biramo na osnovi nivoa sigurnosti
- Mješovitu strategiju biramo na osnovi očekivane korisnosti

Izbor mješovite strategije na osnovi principa maksimalne očekivane korisnosti savršeno je racionalna ako se igra ponavlja više puta

Ostvareni rezultat najčešće nije jednak izračunatoj očekivanoj korisnosti

U svakoj igri dva igrača s nultom sumom postoji najmanje jedna kombinacija (mješovitih ili čistih) koja predstavlja ravnotežni par

Ako ima više ravnotežnih parova, onda su njihovi rezultati među sobom jednaki

Kooperacija

Čisto konkurentski odnosi nisu toliko česti – postoji mogućnost kooperacije

Primjer: dvije klinike koje individualno odlučuju hoće li nabaviti novi aparat za dijagnostiku ili ne

Klinika A	Klinika B	
	S_1 - Kupiti	S_2 – Ne kupiti
R_1 - Kupiti	(0,0)	(1, -1)
R_2 – Ne kupiti	(-1,1)	(0,0)

Niti jedna strana ne želi samoinicijativno napustiti strategiju iako bi u kooperativnim ponašanjem bolje prošli

Posebna pozornost se treba posvetiti preciznom definiranju prirode konfliktne situacije

Igre s promjenjivom sumom

U brojnim slučajevima interesi subjekata se bar djelomično razlikuju, tj. u nekim aspektima su konfliktni, dok su u drugim suglasni

Ove situacije prikazujemo igrama s varijabilnom sumom

Budući da dobitak jednog igrača ne mora biti jednak gubitku drugog rezultat igre prikazujemo u parovima korisnosti (u_1, u_2)

U zavisnosti od toga da li igrači mogu komunicirati razlikujemo

- Kooperativne igre – igrači se unaprijed dogovaraju i usuglašavaju strategije
- Nekooperativne igre – ne postoji mogućnost ili želja učesnika da surađuju

Nekooperativne igre

Metoda eliminacije dominantnih strategija i maksimin metoda ne pružaju garanciju racionalnog izbora

Dilema zatvorenika

Lopov R	Lopov K	
	P - priznati	N – ne priznati
P - priznati	(-6,-6)	(-1, -10)
N – ne priznati	(-10,-1)	(-2, -2)

Obojica igrača će izabrati dominantnu strategiju koja im garantira povoljnije ishode, nezavisno od izjave drugog

Nekooperativne igre – dilema zatvorenika

Zatvorenici primjenom pravila dominacije biraju neoptimalno rješenje (-6,-6)

Dilema zatvorenika opisuje situaciju u kojoj postoji kontradikcija između individualne i kolektivne racionalnosti

Prateći osobne interese, racionalni subjekti ostvaruju obostrano nepovoljniji ishod od onoga koji bi ostvarili kada bi se rukovodili zajedničkim interesima

Paradoks dileme zatvorenika dovodi u sumnju opravdanost primjene principa dominacije u situacijama kada ne postoji konflikt između individualnih interesa

Pareto optimalno rješenje

Igrom "dilema zatvorenika" dolazimo do pojma Pareto optimalnog rješenja

Par ishoda (u_1, u_2) je Pareto optimalno rješenje ako u skupu ne postoji rješenje u kojem bi ishod po jednog igrača bio bolji, pri čemu se rezultat drugog igrača ne bi pogoršao

Rješavanje igre s ne-nultom sumom, primjenom osnovnih principa racionalnog izbora, ne garantira razumna rješenja

Principi racionalnog individualnog odlučivanja ne vode efikasnom izboru

Ona	On	
	B - balet	U – utakmica
B - balet	(10, 5)	(3, 3)
U – utakmica	(0, 0)	(5, 10)

U igrama s promjenjivom sumom igrači mogu ostvariti Pareto efikasno rješenje samo ako postoji mogućnost komunikacije – kooperativne igre

Igrači dobrovoljno usuglašavaju svoje strategije

Rješavanje igre s više ravnotežnih točaka koje su različito prihvatljive za igrače

BB i UU – Pareto efikasni parovi

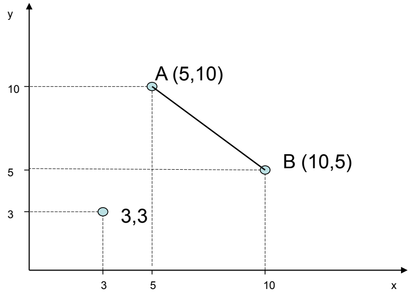
Ona	On	
	B - balet	U – utakmica
B - balet	(10, 5)	(3, 3)
U – utakmica	(0, 0)	(5, 10)

Što ako niti jedna strana nije voljna popustiti?

S vjerojatnošću p će ići na balet, a s vjerojatnošću p-1 na utakmicu

Kooperativne igre

Točke na dužini AB predstavljaju Pareto optimalno rješenje



Igrači ne prihvaćaju sva rješenja kao jednako dobra – bore se za jedno od rješenja – pregovaračke igre

Pregovaračke igre – Nashova ravnoteža

Dva racionalna pojedinca stupaju u pregovore

Pregovori mogu završiti na različite načine, a skup svih rezultata predstavlja tkzv. dostupna područja

Dostupno područje sadrži i točku neuspjeha (status quo, točku nesporazuma)

Budući da su racionalni, pregovarači neće promotriti sva rješenja nego samo ona koja su Pareto optimalna

Skup svih Pareto efikasnih točki čine pregovarački skup

Točke pregovaračkog skupa prikazujemo parovima korisnosti (u_1, u_2)

Tražimo sve Pareto optimalne točke u strateškom prostoru

	L	S	D
D	3, 2	1, 4	3, 3
G	6, 0	4, 2	4, 3